

Gemische von Fahrzeugklassen in der kinetischen Verkehrsflußtheorie

K. T. Waldeer

*Department of Transportation and Traffic, University of Applied Sciences
Braunschweig/Wolfenbüttel, Karl-Scharfenberg-Str.55, D-38229 Salzgitter,
Germany*

+49-5341-875-286, +49-5341-875-420, Th.Waldeer@fh-wolfenbuettel.de

In dem bisher von mir entwickelten Modell wurden Fahrzeuge mit ähnlichem Fahrverhalten behandelt. Ein weiterer Bereich ist dagegen die Durchmischung des Fahrzeugflusses mit Fahrzeugen unterschiedlichen Verhaltens. Die gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen zeigen im freien Verkehrsfluß, bei hohen Geschwindigkeiten eine große Streuung, die nicht auf Interaktionen zurückgeführt werden kann. Eine mögliche Erklärung liegt in dem qualitativ unterschiedlichen Verhalten von Fahrern im freien Fluß. Desweiteren zeigen die gemessenen Verteilungen im Übergangsbereich des teilgebundenen Verkehrsfluß qualitative Unterschiede zu denen bei höheren Fahrzeugdichten. Auch dies kann durch unterschiedliches Fahrer-/Fahrzeugverhalten erklärt werden, da die Fahrzeuge bei diesen Abständen immer noch unterschiedlich stark interagieren. Erst bei höheren Fahrzeugdichten tritt der Homogenisierungseffekt ein, welcher sich am langsamsten- und schwerfälligsten Fahrer-/Fahrzeugtyp orientiert.

In der Literatur wurde dazu das Modell der unterschiedlichen Fahrer- und Fahrzeugklassen entwickelt. Im folgenden soll dieses Klassenmodell auf das von mir entwickelte und in früheren Berichten beschriebene Boltzmannmodell angewendet werden und der Einfluß dieser Vorgehensweise auf Verkehrszustände diskutiert werden.

Verkehrszustände werden durch die Zustandsdichte $f^{(e)}(v, a)$ beschrieben. Ordnet man nun jedes Fahrzeug einer von n Klassen zu, so ist $f_i^{(e)}(v, a)$ die Zustandsdichte der i -ten Klasse. Bezeichnet man mit p_i die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der i -ten Klasse, so ergibt sich die Dichte des über alle Klassen gemittelten Gesamtzustandes zu

$$f^{(e)}(v, a) = \sum_{i=1}^n p_i f_i^{(e)}(v, a) \quad \text{mit} \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (1)$$

Setzt man diesen Ausdruck in die von mir entwickelte Fundamentalgleichung ein, so erhält man für die Zustandsdichten der Klassen $f_i^{(e)}$ die n Gleichungen

$$a \frac{\partial f_i^{(e)}}{\partial v} = \sum_{j=1}^n p_j \int_{a', \bar{v}} \left(\Sigma_{ij}(a|v, a', \bar{v}, \mathbf{m}_{f,i}) f_i^{(e)}(v, a') - \Sigma_{ij}(a'|v, a, \bar{v}, \mathbf{m}_{f,i}) f_i^{(e)}(v, a) \right) \tilde{f}_j^{(e)}(\bar{v}) da' d\bar{v}, \quad (2)$$

wobei nun die gewichtete Interaktionsstärke Σ_{ij} von den beiden Klassen der interagierenden Fahrzeuge abhängen, d.h.

$$\Sigma_{ij}(a|v, a', \bar{v}, \mathbf{m}_{f,i}) = \int_{h \geq h_{\min,i}} \varsigma_{ij}(a|v, a', h, \bar{v}) Q_{ij}(v, a', h, \bar{v}) D_{ij}(h|v, a', \mathbf{m}_{f,i}) dh. \quad (3)$$

Der Index j beschreibt die Klasse des vorausfahrenden Fahrzeuges, der Index i die des folgenden. Die n Gleichungen vereinfachen sich substantiell, wenn man die begründete Annahme macht, daß die Interaktion nicht vom Typ des vorausfahrenden Fahrzeuges abhängt. Dann entfällt die j -Abhängigkeit und mit $\tilde{f}^{(e)}(v) = \int_a f^{(e)}(v, a) da$ ist

$$a \frac{\partial f_i^{(e)}}{\partial v} = \int_{a', \bar{v}} \left(\Sigma_i(a|v, a', \bar{v}, \mathbf{m}_{f,i}) f_i^{(e)}(v, a') - \Sigma_i(a'|v, a, \bar{v}, \mathbf{m}_{f,i}) f_i^{(e)}(v, a) \right) \tilde{f}^{(e)}(\bar{v}) da' d\bar{v}. \quad (4)$$

Diese Gleichungen sind von ähnlicher Struktur wie früher entwickelte Gleichungen für $f^{(e)}$ ohne Klassenstruktur und Zeitabhängigkeit, obgleich sie unterschiedliche Größen beschreiben. Der wichtigste Unterschied besteht im Auftreten Geschwindigkeitsverteilung des vorausfahrenden Fahrzeuges, welche nun implizit die vorzugebenden Wahrscheinlichkeiten p_i enthält.

Um einen ersten Eindruck des Verhaltens der Lösungen dieses Modellansatzes zu bekommen wird das schon früher verwendete Maxwell-Interaktionsprofil ohne Berücksichtigung von Überholvorgängen für jede Klasse i in gleicher funktionaler Form verwendet,

$$\Sigma_i(a|v, \bar{H}_i) = \frac{1}{T_i} \left(e^{-\frac{H_i(v) - h_{\min,i}}{\bar{H}_i - h_{\min,i}}} \cdot \delta(a - a_{0,i}) + \left(1 - e^{-\frac{H_i(v) - h_{\min,i}}{\bar{H}_i - h_{\min,i}}} \right) \cdot \delta(a + a_{0,i}) \right), \quad (5)$$

wobei aber die Parameter unterschiedliche Werte annehmen können. Die Abstandsschwellenfunktion ist wieder eine lineare Funktion in der Geschwindigkeit des Fahrzeuges, d.h. $H_i(v) = \alpha_i v + h_{\min,i}$. Der Parameter \bar{H}_i ist der mittlere Abstand der Fahrzeuge der i -ten Klasse. Der Kehrwert des über alle Klassen gemittelten Abstands ist die Fahrzeugdichte, d.h.

$$K^{-1} = \sum_{i=1}^n p_i \bar{H}_i. \quad (6)$$

Zur Lösung der Gleichungen 4 unter Verwendung des Profils 5 kann wegen der Zweiwertigkeit der Beschleunigung $\pm a_{0,i}$ die schon früher beschriebene Prozedur verwendet werden. Der freie Verkehrsfluß wird mit einer Wunschgeschwindigkeit w_i für jede Klasse modelliert. Die Lösung ist für dieses Interaktionsprofil bis auf einfache Quadraturen wieder bekannt und kann mittels des Programms SCILAB berechnet und grafisch dargestellt werden. Die mittlere Geschwindigkeit V und die mittlere Streuung σ_v ergeben sich über Gleichung 1

$$V = \sum_{i=1}^n p_i V_i \quad \text{mit} \quad V_i = \int_0^{w_i} v \tilde{f}_i^{(e)}(v) dv \quad (7)$$

$$\sigma_v^2 = \sum_{i=1}^n p_i \sigma_{v,i}^2 + \sigma_V^2 \quad \text{mit} \quad \sigma_{v,i}^2 = \int_0^{w_i} (v - V_i)^2 \tilde{f}_i^{(e)}(v) dv \quad \text{und} \quad \sigma_V^2 = \sum_{i=1}^n p_i V_i^2 - V^2.$$

Die Gesamtvarianz besteht aus zwei Anteilen. Der Erste ist die gewichtete Varianz innerhalb jeder Klasse (Intraklassenvarianz), während der Zweite die Varianz der Mittelwerte zwischen den Klassen (Interklassenvarianz) darstellt. Die Intraklassenvarianz wird durch Interaktionen erzeugt und tritt daher im freien Verkehrsfluß nicht auf. Die Interklassenvarianz dagegen tritt unabhängig von Interaktionen auf und hat auch im freien Verkehrsfluß mit $V_i = w_i$ und $W = \sum_{i=1}^n p_i w_i$ den Wert $\sigma_V^2 = \sum_{i=1}^n p_i w_i^2 - W^2$. Gemessene Geschwindigkeitsstreuungen, welche über unterschiedliche Fahrer- und Fahrzeugtypen mitteln, bestehen somit bei Anwendung dieser Modellvorstellung aus zwei Anteilen. Der Beitrag jedes Anteils hängt dabei von der Gesamtfahrzeugdichte ab.

Um den Einfluß der Klassen auf Verkehrsflußzustände zu erkennen, wird im folgenden das Modell auf zwei Klassen beschränkt und parametrisiert. Die Fahrzeuge der ersten Klasse zeigen ein aggressiveres Verhalten mit höherer Wunschgeschwindigkeit, geringeren Abstandsschwellen und stärkeren Bewschleunigungs- bzw. Bremsverhaltens im Vergleich zu den konservativeren Fahrzeugen größerer Länge der zweiten Klasse. Tabelle 1 zeigt die Parameter. Die Festlegung der mittleren Abstände \bar{H}_i , welche Funktionen der Fahrzeugdichte K sind, erfordert zusätzliche Annahmen. In einem Verkehrsfluß von Fahrzeugen einer Klasse ist der mittlere Abstand der Kehrwert der Fahrzeugdichte. Die Änderung der Fahrzeugdichte determiniert damit eindeutig

Parameter	Klasse $i = 1$	Klasse $i = 2$
$h_{\min,i}$	5,5m	10m
$a_{0,i}$	0,3m/s ²	0,1m/s ²
w_i	40 m/s	35m/s
T_i	2,1s	2,6s
α_i	1,2s	1,8s

Tabelle 1. Parameterspezifikation für zwei unterschiedliche Fahrzeugklassen.

die Abstandskorrelation. Diese Eindeutigkeit ist bei mehreren Klassen nicht mehr gegeben. Allerdings kann davon ausgegangen werden, daß mit wachsender Fahrzeugdichte der mittlere Abstand der Fahrzeuge jeder Klasse zu den vorausfahrenden Fahrzeugen ebenfalls abnimmt. Im folgenden wird angenommen, daß diese Abnahme für alle Fahrzeugklassen gleichartig erfolgt. Vergrößert sich damit die Fahrzeugdichte um einen konstanten Faktor, so verkleinern sich alle \bar{H}_i nach Gleichung 6 ebenfalls um den gleichen Faktor. Da zusätzlich der Kehrwert der mittleren Fahrzeuglänge $h_{\min} = \sum_{i=1}^n p_i h_{\min,i}$ die maximal mögliche Fahrzeugdichte ist, sind von diesem Wert aus für jede Fahrzeugdichte K die mittleren Abstände \bar{H}_i festgelegt, also ist K abgesehen von den Wahrscheinlichkeiten p_1 und $p_2 = 1 - p_1$ einziger Parameter des Problems. Die partiellen Klassendichten sind durch $K_i = p_i \cdot K$ gegeben.

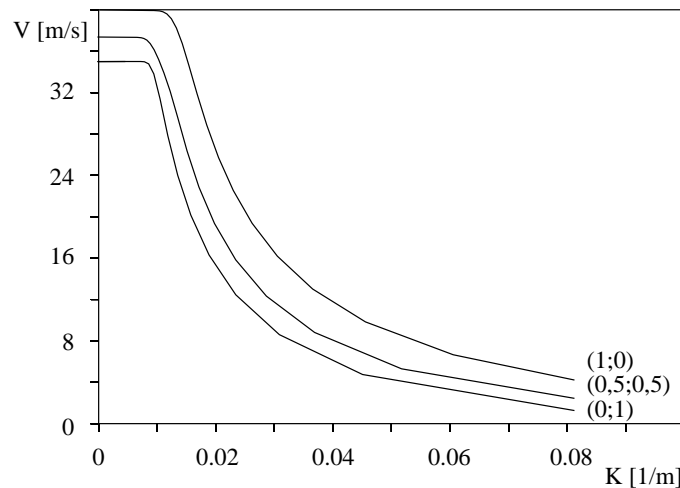


Abbildung 1. Fahrzeugdichteabhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit für unterschiedliche Werte von $(p_1; p_2)$.

Abbildung 1 zeigt die Fahrzeugdichteabhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit für unterschiedliche Werte von (p_1, p_2) . Eingezeichnet sind die beiden Grenzfälle $p_1 = 0$ bzw. $p_2 = 0$, sowie der Fall gleicher Fahrzeuganteile $p_1 = p_2 = 0,5$. Die Kurve mit gleichen Fahrzeuganteilen liegt zwischen den beiden Extremfällen, im Bereich geringer Fahrzeugdichten ist die mittlere Geschwindigkeit gegeben durch $V = (w_1 + w_2)/2 = 37,5 \text{ m/s}$. Der Variationsbereich zwischen den beiden Extremfällen $(p_1; p_2) = (1; 0)$ und $(p_1; p_2) = (0; 1)$ ist schmal, der Einfluß der partiellen Klassendichten auf die mittlere Geschwindigkeit ist somit verhältnismäßig gering. Betrachtet man dagegen das Fundamentaldiagramm in Abbildung 2, so ergibt sich ein völlig anderes Bild. Der Bereich, welcher durch die partiellen Klassendichten beeinflusst wird liegt oberhalb des freien Verkehrsflusses (schraffierte Fläche in der Abbildung). Er stimmt qualitativ und in Lage mit dem Bereich großer Datenstreuung bei in der Literatur diskutierten Messungen überein. Da bei Verkehrsflußmessungen die Partialdichten der unterschiedlichen Klassen nicht konstant gehalten werden können, ergibt sich im Rahmen dieser Darstellung eine Erklärungsmöglichkeit der großen Datenstreuung bei Beibehaltung des Konzeptes des Verkehrszustandes auch bei größeren Fahr-

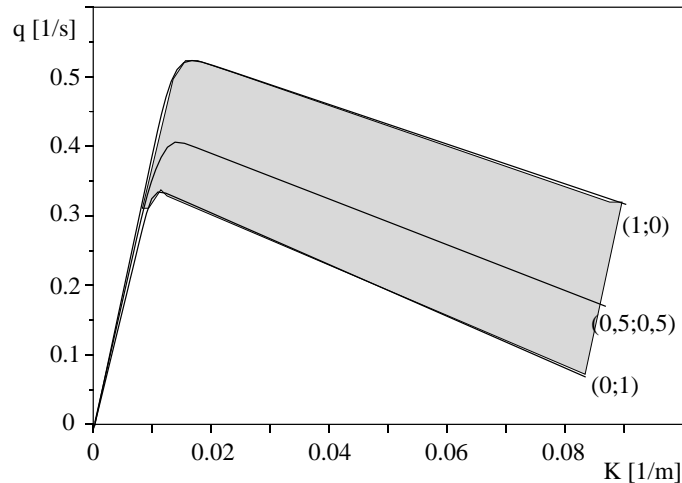


Abbildung 2. Fahrzeugdichteabhängigkeit der mittleren Verkehrsstärke für unterschiedliche Werte von $(p_1; p_2)$.

zeugdichten. Das Fundamentaldiagramm besitzt somit in diesem Sinne eine Mehrwertigkeit, wie sie in der Literatur auch diskutiert wird.

Abbildung 3 zeigt die Fahrzeugdichteabhängigkeit der Geschwindigkeitsstreuung. Während bei

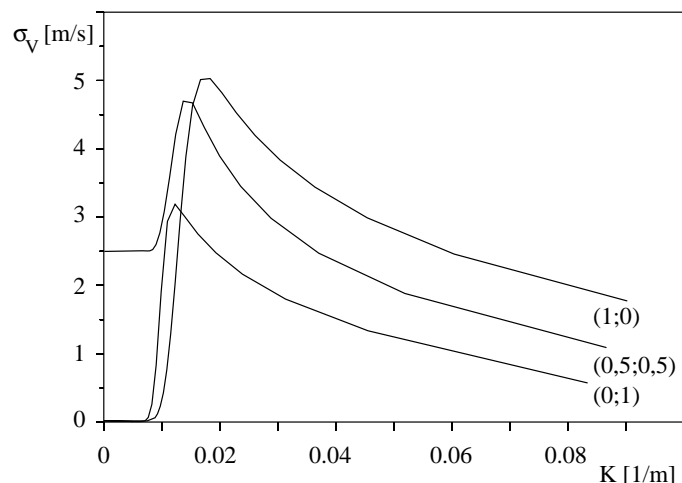


Abbildung 3. Fahrzeugdichteabhängigkeit der mittleren Geschwindigkeitsstreuung für unterschiedliche Werte von $(p_1; p_2)$.

höheren Fahrzeugdichten die Streuung wesentlich durch die Interaktion getragen wird und somit alle Kurven bezüglich der Parameter $(p_1; p_2)$ durch die Kurven der beiden Extremfälle eingeschlossen sind, zeigt sich bei geringen Fahrzeugdichten der Einfluß der Interklassenvarianz. Im dargestellten Fall $(p_1; p_2) = (0, 5; 0, 5)$ ergibt sich für $K \rightarrow 0$ mit Gleichung 8 der Wert $\sigma_v = \sqrt{(w_1^2 + w_2^2)/2 - (w_1 + w_2)^2/4} = 2,5$ m/s, welcher im Gegensatz zu den beiden Extremfällen mit ihrer verschwundenen Interklassenvarianz steht. In Abbildung 4 ist die geschwindigkeitsstreuung speziell für den Übergang vom freien zum teilgebundenen Verkehrsfluß für unterschiedliche Werte der partiellen Klassendichten dargestellt. Dort stellt sich eine besondere Eigenheit im Fall $p_1 < p_2$, d.h. einem Verkehrsfluß mit einem Überhang konservativ fahrender Fahrzeuge dar. Vor Anstieg der Geschwindigkeitsstreuung durch die Zunahme der Intraklassenvarianz nimmt sie leicht ab. Da die mittlere Geschwindigkeit der zweiten Klasse bei geringeren Fahrzeugdichten abnimmt als die der ersten Klasse, nimmt im Falle eines Überhangs der Fahrzeuge der zweiten Klasse die Interklassenvarianz etwas schneller ab, als die Intraklassenvarianz durch Interaktionen

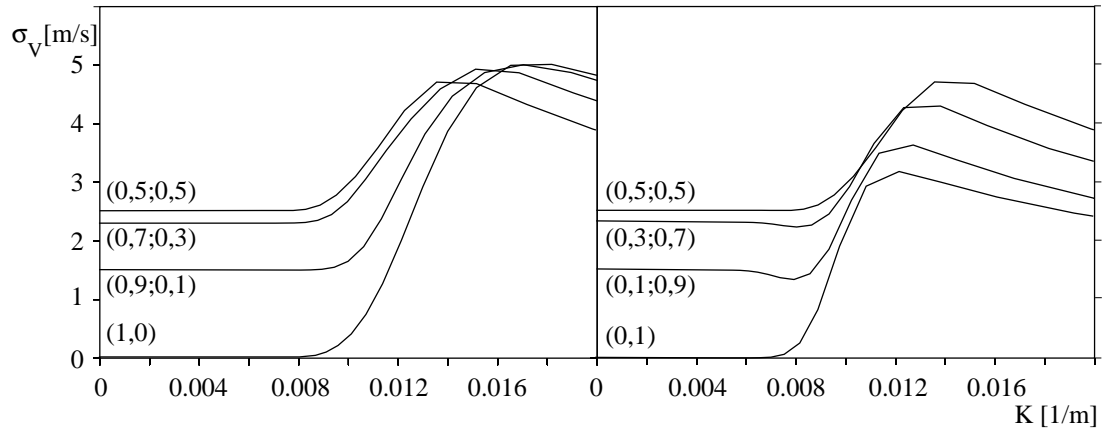


Abbildung 4. Fahrzeugdichteabhängige Geschwindigkeitsstreuung im Übergangsbereich zwischen freiem und teilgebundenen Verkehrsfluß im Klassenmodell für verschiedenen Werte von $(p_1; p_2)$.

zunimmt. Diese leichte Delle in der Kurve ist auch bei Messungen sichtbar. Ob der gefundene Effekt aber für das Verhalten der Meßwerte in dem Bereich verantwortlich ist, bedarf einer weitergehenden Analyse.