

Vergleich der Ergebnisse eines beschleunigungsorientierten, Boltzmannartigen Verkehrsflußmodells mit Messungen

K. T. Waldeer

Fachhochschule Braunschweig/Wolfenbüttel,
Karl-Scharfenberg-Str. 55, 38229 Salzgitter, GERMANY
e-mail: Th.Waldeer@FH-Wolfenbuettel.de
URL: public.rz.FH-Wolfenbuettel.de/~waldeer

Kurzfassung In diesem Artikel werden Ergebnisse eines mesoskopischen Verkehrsflußmodells auf der Basis einer Boltzmannartigen Mastergleichung für die Zustandsdichte einzelner Fahrzeuge vorgestellt und mit Messungen unterschiedlicher Quellen verglichen. Das Modell beschreibt die Interaktion zweier aufeinanderfolgender Fahrzeuge durch zwei unabhängige Abstandsschwellen, die selbst geschwindigkeitsabhängig sind. Stimmt der Abstand beider Fahrzeuge mit einer der Schwellen überein, so ändert das folgende Fahrzeug seinen aktuellen Beschleunigungswert. Im Gegensatz zu mikroskopischen Fahrzeugfolgmodellen auf der Basis solcher Aktionspunkte werden hier die Vorgänge stochastisch beschrieben. Unter Anwendung der beschriebenen Interaktion wird die Modellgleichung für den stationären und homogenen Verkehrsfluß numerisch unter zur Hilfenahme einer speziellen Monte-Carlo Methode gelöst. Die Fahrzeugdichteabhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit, der Verkehrsstärke, der Beschleunigungsstreuung und der Geschwindigkeitsverteilung wird mit Messungen aus der Literatur verglichen und zeigt qualitative Übereinstimmung. Unterschiede werden i.b. bei geringen Fahrzeugdichten, im Fall des nahezu interaktionsfreien Flusses beobachtet sichtbar. Sie sind wesentlich auf die im Modell gemachte Geschwindigkeitsrandbedingung, der Definition einer maximalen, für alle Fahrzeuge gleichen Geschwindigkeit zurückzuführen. Eine Auflösung dieser Randbedingung durch Erweiterung des Interaktionsprofils um eine relativgeschwindigkeitsabhängige Komponente der Fahrzeuge im Bereich geringer Dichten wird diskutiert und ihr Einfluß auf die oben genannten Flußgrößen aufgezeigt.

Schlagworte: Boltzmanngleichung im Verkehrsfluß; mesoskopisches Modell; beschleunigungsorientierte Interaktion zwischen Fahrzeugen; Vergleich mit Messungen

1 Einführung

Obgleich Verkehrsflüsse aus vielen Fahrzeugen mit scheinbar unabhängig agierenden Fahrern bestehen, zeigen sie doch charakteristische Eigenschaften, die Anlaß zu einer wissenschaftlichen Analyse geben. Insbesondere die makroskopischen Flußgrößen, wie mittlere Geschwindigkeit und Verkehrsstärke wurden in den letzten Jahrzehnten ausführlich gemessen und diskutiert, da sie als Grundlage von Straßenkapazitätsplanungen dienen. Parallel zu der experimentellen Sichtweise entwickelte sich zur Beschreibung der charakteristischen Flußgrößen und zur Erklärung ihres Verhaltens und ihrer Abhängigkeiten die Verkehrsflußtheorie mit einer Vielzahl unterschiedlicher Modelle (eine Übersicht kann z.B. in [16, 17, 7, 9] gefunden werden). Heutzutage werden die Modelle je nach Sichtweise in drei Basisklassen eingeteilt; die mikroskopischen, die mesoskopischen und die makroskopischen Modelle. Während mikroskopische Modelle die Kinematik einzelner Fahrzeuge mit ihrer Interaktion direkt beschreiben und daher häufig Computersimulationsmethoden benötigen, versuchen makroskopische Modelle Zeitentwicklungsgleichungen für die gefundenen Meßgrößen analog zur Kontinuumsmechanik direkt zu entwickeln. Zwischen beiden Modellwelten wurden Verbindungsmodelle entwickelt, die man allgemein als mesoskopisch bezeichnet. Die ursprüngliche Idee solcher Modelle war unter Verwendung einer stochastischen Sichtweise aus den mikroskopischen Interaktionsansätzen makroskopische Gleichungen zu erarbeiten.

Eine spezielle Klasse mesoskopischer Modelle fußt auf der Idee der Gaskinetik, welche in der Physik erfolgreich zur Koppelung der mikroskopischen und der makroskopischen Welt beigetragen hat [20, 7, 8, 29]. Die gesuchte Basisgröße der Gaskinetik ist die Einteilchenverteilungsfunktion, bestehend aus Ort und Geschwindigkeit des Teilchens zu einem festen Zeitpunkt. Ihre zeitliche Entwicklung wird durch die Boltzmanntransportgleichung beschrieben. Aus dieser können dann z. B. mittels der Momentenmethode makroskopische Gasflußgleichungen hergeleitet werden. Analog zu der Betrachtungsweise wird in der Verkehrsflußtheorie die Einfahrzeugverteilungsfunktion eingeführt und ihre Zeitentwicklung mittels Boltzmannartiger Gleichungen beschrieben. Aus der Einfahrzeugverteilungsfunktion lassen sich dann nicht nur makroskopische Gleichungen zur Beschreibung der Dynamik des Fahrzeugflusses entwickeln [5, 7, 12], sondern auch Geschwindigkeitsverteilungen für unterschiedliche Fahrzeugdichten, i.b. im Fall eines homogenen, stationären Flusses [20, 29, 23], und die für Verkehrsplanungen notwendigen fundamentalen Zusammenhänge zwischen den makroskopischen Größen im stochastischen Equilibrium, speziell die Fundamentaldiagramme [7, 9, 23].

Im Gegensatz zu der gaskinetischen Boltzmanngleichung, deren Interaktionsfunktion durch die physikalischen Erhaltungssätze gegeben ist und damit makroskopische Gleichungen

chungen eindeutig definiert, sind in der Verkehrsflußtheorie eine Vielzahl unterschiedlicher Ansätze untersucht worden. Sie lassen sich grob in zwei Klassen einteilen. Modelle der einen Klasse bilden den Beschleunigungsvorgang durch eine Mittelwertsfunktion in Form eines Relaxationsansatzes ab. Der Bremsvorgang dagegen wird als stochastischer Prozeß modelliert [20, 19, 7, 8]. Die andere Klasse bildet auch den Beschleunigungsvorgang durch einen stochastischen Prozeß ab und kann daher als stochastisches Fahrzeugfolgemodell bezeichnet werden [18, 29]. In den neueren Modellen beider Klassen wird die Interaktion zusätzlich abstandsbezogen eingeführt. Dies erfordert eine Abstandskorrelationsfunktion analog zur Theorie dichter Gase [1].

Alle kinetischen, Boltzmannartigen Modelle realisieren den stochastischen Prozeß als sprunghafte Geschwindigkeitsänderung. Dieser Ansatz ist auch bei Anwendung einer Abstandskorrelation bei hohen Dichten nur bedingt verwendbar. Da eine Geschwindigkeitsänderung typischerweise mehrere Sekunden andauert, besteht die Möglichkeit einer weiteren Interaktion während dieser Zeit. Derartige Mehrfachinteraktionen [15], wie sie i.b. bei hohen Fahrzeugdichten auftreten können, werden durch einen Geschwindigkeitsprungprozeß nicht adäquat wiedergegeben. Auch die Definition der Interaktionsprofile – in der Gaskinetik Streuquerschnitt genannt – ist nicht unproblematisch, da Fahrerhaltensmessungen i.a. Aussagen über Beschleunigungsänderungen machen [32].

Im mikroskopischen Prozeß ist die Beschleunigung die typische Kontrollvariable des Fahrers in einer Interaktion. Daher erscheint es sinnvoll auch diese Variable zur Grundlage des stochastischen Prozesses zu machen. Hinzu kommt, daß die Dauer einer Beschleunigungsänderung kleiner ist als jede andere für den Verkehrsfluß wichtige Zeitskala und damit ihre Approximation durch einen Sprungprozeß möglich ist. Dieser Ansatz, zusammen mit einer Abstandskorrelation, führt für die um die Beschleunigungsvariable erweiterte Einfahrzeugverteilungsfunktion ebenfalls auf eine Boltzmannartige Gleichung. Eine genaue Beschreibung dieses Modells ist in [25] zu finden.

Unter Anwendung eines einfachen Interaktionsgesetzes auf der Basis eines geschwindigkeitsabhängigen Abstandsschwellwertes, analog zu denen kinetischer Modelle [29, 8], wurden erste Ergebnisse aus dem Modell numerisch berechnet und u.a. in [23] publiziert. Obgleich viele Größen in ihrem groben Verhalten richtig wiedergegeben wurden, ist ein Vergleich mit Meßdaten nur sinnvoll, wenn das Interaktionsprofil relativgeschwindigkeitsabhängig ist. Dies kann in einem beschleunigungsorientierten Abstandsschwellwertmodell unfallfrei nur durch Definition einer weiteren Schwelle realisiert werden.

In diesem Artikel wird das neue Interaktionsprofil vorgestellt und ein erster Vergleich der Modellergebnisse mit zwei unterschiedlichen Meßreihen vorgenommen. Eine detaillierte Darstellung findet sich in [27]. Der erste Vergleich betrifft die klassischen Geschwindig-

keitsgrößen, i.b. mittlere Geschwindigkeit, Verkehrsstärke und Geschwindigkeitsverteilungen. Das Modell ist auch in der Lage Beschleunigungsgrößen zu berechnen. Daher wurde im zweiten Vergleich die Beschleunigungsstreuung (acceleration noise, ACN) betrachtet. Für die Beschreibung dieser und anderer Beschleunigungsgrößen gibt es nur einige wenige Modelle [14] und mikroskopische Computersimulationsergebnisse [32]. Da i.b. die Beschleunigungsstreuung als Parameter für die Fahrqualität in einem Verkehrsfluß gilt [22], sind die Resultate bzgl. dieser Größe wichtig für die Begründung dieses mesoskopischen Modells.

Der freie Verkehrsfluß wird durch eine einfache, für alle Fahrzeuge gleiche Randbedingung in Form einer Maximalgeschwindigkeit erzeugt, da das Modell primär für interaktionsorientierten, gebundenen oder teilgebundenen Verkehr entwickelt wurde. Wie der Vergleich mit beiden Messungen zeigt, gibt dieses Verfahren die Realität nur sehr grob wieder. Um das Modellverhalten auch im freien Verkehrsfluß zu verbessern, wird zum Schluß eine Erweiterung des Interaktionsprofils für große Fahrzeugabstände diskutiert. Erste Ergebnisse dazu werden vorgestellt.

2 Kurze Beschreibung des Modells

Im folgenden Unterabschnitt wird das in [25] und [23] entwickelte mesoskopische Modell zusammenfassend vorgestellt und im darauffolgenden Unterabschnitt 2.2 das modifizierte Interaktionsprofil eingeführt. Da im folgenden Ergebnisse eines homogenen und stationären Verkehrsflusses mit Messungen verglichen werden, beschränkt sich die Modellbeschreibung hier nur auf diesen Fall. Überholvorgänge werden dabei ebenfalls nicht betrachtet..

2.1 Die Modellgleichung im homogenen Verkehrsfluß

Das mesoskopische Modell fußt analog zu den kinetischen Modellen auf der Einfahrzeugverteilungsfunktion, allerdings erweitert um die Beschleunigungsvariable. Für einen homogenen Verkehrsfluß ist $f(v, a, t) dv da$ die Wahrscheinlichkeit, ein Fahrzeug zum Zeitpunkt t mit Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ und Beschleunigung zwischen a und $a + da$ vorzufinden. Die Zeitentwicklung dieser Größe f erfüllt dann die folgende Boltzmannähnliche Gleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial v} = \int_{\bar{v}, a'} (\Sigma(a | v, a', \bar{v}, \mathbf{m}_f) f(a', v, t) - \Sigma(a' | v, a, \bar{v}, \mathbf{m}_f) f(a, v, t)) \tilde{f}(\bar{v}, t) d\bar{v} da' . \quad (1)$$

Dabei ist \bar{v} die Geschwindigkeit des führenden Fahrzeuges zum Zeitpunkt einer Interaktion, Σ die gewichtete Interaktionsdichte des Prozesses und $\tilde{f}(v, t) = \int_a f(v, a, t) da$. Die Gleichung besitzt die typische Ratenstruktur; die linke Seite entspricht der totalen zeitlichen Änderung von f , die durch sprunghafte Beschleunigungsänderungen der rechten Seite erzeugt wird. Dabei geht das Modell davon aus, daß die Dauer einer Beschleunigungsänderung kleiner ist, als jede andere für die Interaktion wichtige charakteristische Zeitskala. Eine detaillierte Begründung auf Basis eines stochastischen Markovprozesses wird in [25] gegeben. Die gewichtete Interaktionsdichte

$$\Sigma(a|a', v, \bar{v}, \mathbf{m}_f) = \int_{h \geq h_{\min}} Q(h, v, a', \bar{v}) \sigma(a|h, v, a', \bar{v}) D(h|v, a', \mathbf{m}_f) dh \quad (2)$$

ist zusammengesetzt aus der Rate Q , der Wahrscheinlichkeitsdichte σ für eine Beschleunigungsänderung und der Abstandskorrelationsfunktion D . h_{\min} ist der kleinst mögliche Abstand zweier stehender, aufeinanderfolgender Fahrzeuge und läßt sich daher durch die mittlere Fahrzeuglänge approximieren. Die Rate Q und die Wahrscheinlichkeitsdichte σ hängen ausschließlich vom mikroskopischen Zustand des betrachteten Fahrzeugpaares ab. Während einer Interaktion ändert sich die Beschleunigung vom Wert a' in den neuen Wert zwischen a und $a+da$. Da die Beschleunigung des vorausfahrenden Fahrzeuges vom Fahrer des folgenden Fahrzeuges nicht quantitativ ermittelt werden kann, wird sie auch nicht im Interaktionsmodell berücksichtigt. Die Korrelationsfunktion D stimmt mit der zustandsbedingten Abstandswahrscheinlichkeitsdichte überein. Hierbei wird angenommen, daß das Abstandsverhalten der Fahrer ausschließlich durch den kinematischen Zustand des eigenen Fahrzeuges (v, a') und den Mittelwerten des Verkehrsflusses gegeben ist, welche im Vektor \mathbf{m}_f zusammengefaßt sind. So enthält \mathbf{m}_f z. B. die mittlere Geschwindigkeit, die mittlere Beschleunigung, die Streuung der Geschwindigkeit und Beschleunigung und außerdem den unbedingten mittleren Abstand zweier Fahrzeuge, dessen Kehrwert die Fahrzeugdichte ist. Bis auf die Fahrzeugdichte sind diese Größen Momente der Wahrscheinlichkeitsdichte f . Das Modell entspricht damit ebenfalls einem stochastischen Fahrzeugfolgmodell, wobei Interaktionen ausschließlich durch die drei benannten Funktionen realisiert werden.

Zur eindeutigen Lösung von Gl. 1 müssen noch Anfangs- und Randbedingungen spezifiziert werden. Um zu vermeiden, daß stehende Fahrzeuge mit $a < 0$ unrealistische negative Geschwindigkeiten erhalten, werden ihre Beschleunigungen in $a = 0$ geändert. Dies entspricht einer absorbierenden Randbedingung in v wie sie in der Gaskinetik bei der Bose-Gaskondensation verwendet wird [25]. Im folgenden Abschnitt 3 wird eine maximal mögliche Geschwindigkeit w für alle Fahrzeuge über eine weitere Randbedingung bei $v = w$ eingeführt. Beschleunigende Fahrzeuge $a > 0$, die die Geschwindigkeit $v = w$ erreichen, stellen ebenfalls den Beschleunigungsprozeß ein. Auch diese Randbedingung entspricht der oben genannten Zustandsabsorption. Im übernächsten Abschnitt 4 wird

alternativ das Interaktionsmodell derart verändert, daß Fahrzeuge bei großen Abständen automatisch um eine mittlere Geschwindigkeit pendeln. Somit wird die Randbedingung bei $v = w$ überflüssig und kann durch die Standardrandbedingung für Wahrscheinlichkeitsdichten $f(v \rightarrow \infty, a, t) = 0$ ersetzt werden.

Stationäre, homogene Verkehrsflüsse sind unabhängig von der Anfangsverteilung bei $t = 0$. Hier wurde angenommen, daß die Anfangsgeschwindigkeiten der Fahrzeuge normal um eine vorgegebene mittlere Geschwindigkeit $V(t = 0)$ verteilt sind und keine Beschleunigung auftritt. Ausgehend von dieser Verteilung wird Gl. 1 numerisch gelöst. Das Lösungsverfahren bricht ab, wenn das stochastische Equilibrium näherungsweise erreicht wurde, d.h. die mittlere Beschleunigung vernachlässigbar klein ist und es keine sichtbaren Formänderungen der Verteilungen mehr gibt. Der Übergang von der homogenen Anfangsbedingung zum Equilibrium wird hier ebenfalls als homogen vorausgesetzt. Dies ist i.a. unrealistisch, da dynamische Effekte, z.B. Dichteschwankungen, bei dieser Vorgehensweise vollständig vernachlässigt werden. Das Resultat, die Equilibriumsverteilung, ist davon aber unbeeinflusst. Gleichungen vom Typ der Gl. 1 sind mit numerischen Standardmethoden nur sehr aufwendig zu lösen. Daher wurde eine Monte-Carlo Methode aus der Gaskinetik adaptiert [26, 27].

2.2 Formulierung einer abstandsorientierten Interaktion

Wie Gl. 2 zeigt, ist das Interaktionsprofil zwischen zwei Fahrzeugen durch die Rate Q , die Interaktionsstärke σ und der Abstandskorrelation D gegeben. Das in der Verkehrsflußtheorie verbreiteteste Interaktionsprofil fußt auf einem Abstandsschwellwert- oder Aktionspunktmodell [30, 32], welches i.b. in mikroskopischen Flußmodellen verbreitet ist. Dieser Interaktionstyp wurde auf kinetische, Boltzmannartige Modelle mit Erfolg adaptiert [29, 8] und soll auch Grundlage des hier beschriebenen Modells sein.

In Abstandsschwellwertmodellen tritt eine Interaktion nur dann auf, wenn der Abstand h zwischen den beiden Fahrzeugen gleich einem der n Schwellwerte $H_i(v)$ ist, $i = 1 \dots n$, welche selbst abhängig von der Geschwindigkeit des folgenden Fahrzeuges sind. Die neue Beschleunigung des folgenden Fahrzeuges nach der Interaktion berechnet sich mittels σ und ist für jede der n Schwellen unterschiedlich. Während bei kleinen Abständen der neue Beschleunigungswert i.w. von der eigenen aktuellen Geschwindigkeit des betrachteten Fahrzeuges und dem Abstandswert zum vorausfahrenden abhängt, ist bei großen Abständen die Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit maßgebend, wie Fahrzeugfolgungsmessungen zeigen [2, 30, 32]. Daher wird hier ein Profil bestehend aus zwei Schwellen H_1 und $H_2 > H_1$ verwendet. Auf der entfernteren Schwelle H_2 ist eine relativgeschwindigkeitsbezogene Beschleunigungsänderung definiert und H_1 dient i.w. dazu, das Bremsverhalten

des folgenden Fahrzeuges so zu korrigieren, daßes unabhängig vom führenden Fahrzeug ohne Auffahrunfall zum stehen kommen kann. Bei Anwendung nur eines Schwellwertes sind beide Interaktionsbedingungen, Relativgeschwindigkeitsabhängigkeit und Unfallfreiheit, nicht zugleich erfüllbar. Die Verwendung von zwei Schwellwerten und der Berechnungsmethode beschrieben in [23, 24] führt direkt zu dem Ratenausdruck

$$Q(v, a', \bar{v}, h) = |v - \bar{v} + H'_1(v)a'| \delta(h - H_1(v)) + |v - \bar{v} + H'_2(v)a'| \delta(h - H_2(v)) , \quad (3)$$

wobei $H'_i(v) = dH_i/dv$ und $\delta(x)$ die Standard-Diracfunktion ist. Die Schwellwertfunktionen sind dabei wie folgt definiert:

$$H_1(v) = \alpha_1 v + h_{\min} , \quad H_2(v) = \alpha_2 \sqrt{v + \beta_2} + \gamma_2 . \quad (4)$$

Die Wurzelfunktion in H_2 gibt das typische Fahrerverhalten bei großen Abständen wieder. Ihre Parameter wurden in qualitativer Übereinstimmung mit Meßwerten, [32], zu $\alpha_2 = 10,7\sqrt{\text{ms}}$, $\beta_2 = 8,9\text{m/s}$ und $\gamma_2 = -25\text{m}$ gewählt. Die Schwellwertmessungen zeigen eine verhältnismäßig große Abstandsstreuung. Daher wurde H_1 der Einfachheit halber linear angesetzt, wobei die Parameter so gewählt wurden, daß die Funktion im unteren Bereich der Abstandswerte liegt, $\alpha_1 = 0,33\text{s}$ und $h_{\min} = 6,5\text{m}$.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Interaktionsstärke σ wird in diesem Profil ausschließlich auf den Schwellwerten definiert. Abhängig davon, ob bei einer Interaktion der Abstand zwischen den Fahrzeugen zunimmt, $\bar{v} - v - a' \cdot H'_i(v) > 0$, oder abnimmt, $\bar{v} - v - a' \cdot H'_i(v) < 0$, wird eine beschleunigende oder bremsende Interaktion durchgeführt. Ihr Wert hängt von der Geschwindigkeit v , der Beschleunigung a' des Fahrzeuges, der Relativgeschwindigkeit zwischen den beiden interagierenden Fahrzeugen $\bar{v} - v$ und der gewählten Schwellwertfunktion H_i ab. Die folgende Tabelle, zusammen mit Abb. 1, zeigt die Form von σ auf den beiden Abstandsschwellen:

	bremsen: $\bar{v} - v - a' \cdot H'_i(v) \leq 0$	beschleunigen: $\bar{v} - v - a' \cdot H'_i(v) > 0$
H_1	$\sigma(a a', v, \bar{v}, h = H_1) = \delta(a - a_1^-)$ mit $a_1^- = \min \left\{ a_s; \frac{-v^2}{2(H_1(v) - h_{\min})} \right\}$, $a_s < 0$	$\sigma(a a', v, \bar{v}, h = H_1) = \delta(a - a_1^+)$ mit $a_1^+ = 0$
H_2	$\sigma(a a', v, \bar{v}, h = H_2) = \delta(a - a_2^-)$ mit $a_2^- = \max \left\{ a_s; \epsilon \frac{\bar{v} - v}{H_2(v)} \right\}$, $a_s < 0$ und $\bar{v} < v$ $\sigma(a a', v, \bar{v}, h = H_2) = \mathbf{U}_{[a_s, 0]}$ für $\bar{v} \geq v$	$\sigma(a a', v, \bar{v}, h = H_2) = \delta(a - a_2^+)$ mit $a_2^+ = \min \left\{ -a_s; \epsilon \frac{\bar{v} - v}{H_2(v)} \right\}$, $a_s < 0$ und $\bar{v} > v$ $\sigma(a a', v, \bar{v}, h = H_2) = \mathbf{U}_{(0, -a_s]}$ für $\bar{v} \leq v$

Das Bremsgesetz auf H_1 vermeidet Unfälle, während das Beschleunigungsgesetz einfach $a = 0$ vorsieht. Das Beschleunigungsgesetz auf H_2 ist analog zu den klassischen Fahrzeugfolgmodellen proportional zur Relativgeschwindigkeit und umgekehrt proportional zum

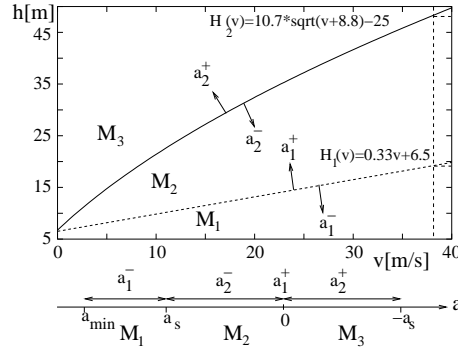


Abbildung 1: Grafische Darstellung des Interaktionsprofils

Abstand zwischen beiden Fahrzeugen. Der Parameter ϵ hat den Wert $\epsilon = 10,8 \text{ m/s}$ [17]. Das Gesetz gilt nur bei regulärem, auf die Relativgeschwindigkeit bezogenem Beschleunigungsverhalten. Für den Fall, daß das folgende Fahrzeug schneller als das führende, aber $a' \ll 0$ ist, wird der neue *Beschleunigungswert* mangels experimenteller Informationen aus einer Gleichverteilung \mathbf{U} entnommen. Analoges gilt für den entsprechend entgegengesetzten Fall. Das in der Tabelle definierte Beschleunigungsgesetz ist so konstruiert, daß jedem Beschleunigungswert eineindeutig ein Abstandsbereich M_1 , M_2 oder M_3 zugeordnet ist. Diese Zuordnung wird im folgenden für die Definition der Abstandskorrelationsfunktion D benötigt. Um die Eindeutigkeit zu gewährleisten wurde i.b. das relativgeschwindigkeitsabhängige Beschleunigungsgesetz auf ein Intervall der Beschleunigungsachse (Abb. 1) $a_s < a < -a_s$ beschränkt. Typische Literaturwerte hierfür sind $a_s \approx -3 \text{ m/s}^2$ [13].

Die Abstandskorrelationsfunktion D wird analog zu der im publizierten einfachen Schwellwertmodell [23] ermittelt. Die zentrale Idee dabei ist, die Beschleunigungswerte zu den Abstandsbereichen M_1 , M_2 und M_3 eineindeutig zuzuordnen, wie Abb. 1 zeigt. Da aufgrund Gl. 3 auch hier nur Funktionswerte auf den Schwellen $h = H_i$ interessieren, gilt

$$\begin{aligned}
 D(H_1|v, a' \in M_1, \mathbf{m}_f) &= D(h \rightarrow H_1|h \leq H_1, \mathbf{m}_f) = \frac{\tilde{D}(H_1|\mathbf{m}_f)}{\int_{h_{\min}}^{H_1} \tilde{D}(h|\mathbf{m}_f) dh}, \\
 D(H_2|v, a' \in M_3, \mathbf{m}_f) &= D(h \rightarrow H_2|h \geq H_2, \mathbf{m}_f) = \frac{\tilde{D}(H_2|\mathbf{m}_f)}{\int_{H_2}^{\infty} \tilde{D}(h|\mathbf{m}_f) dh}, \\
 D(H_i|v, a' \in M_2, \mathbf{m}_f) &= D(h \rightarrow H_i|H_1 \leq h \leq H_2, \mathbf{m}_f) = \frac{\tilde{D}(H_i|\mathbf{m}_f)}{\int_{H_1}^{H_2} \tilde{D}(h|\mathbf{m}_f) dh}, \quad i = 1, 2,
 \end{aligned} \tag{5}$$

wobei $\tilde{D}(h|\mathbf{m}_f)$ die unbedingte Abstandsverteilungsdichte in einem durch \mathbf{m}_f definierten Verkehrsfluß ist. Wie schon in [23] dargestellt wurde, wird \tilde{D} durch eine Gamma-

Verteilung approximiert, wobei der mittlere Abstand der Kehrwert der Fahrzeugdichte ist und die Streuung proportional zur mittleren Geschwindigkeit angesetzt wird. Einsetzen der Gamma-Verteilung in Gl. 5 erzeugt längliche analytische Ausdrücke für die Abstandskorrelation, die dann für die Computersimulation in Gl. 2 eingesetzt werden können.

3 Einige Ergebnisse des Modells und der Vergleich mit Messungen

In diesem Abschnitt werden einige Simulationsergebnisse mit Messungen verglichen. Dazu werden zwei Quellen herangezogen [31, 6]. Während in Quelle [6] die Geschwindigkeitsgrößen eines Fahrzeugflusses betrachtet werden, wird in der anderen [31] das Beschleunigungsverhalten eines Testfahrzeuges in einem Verkehrsfluß betrachtet.

Abb. 2 vergleicht die Abhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit $V = \int_v \tilde{f}(v) dv$ und die der Verkehrsstärke $q = K \cdot V$ von der Fahrzeugdichte K zwischen Modell und Messung. Der Vergleich zeigt, auch in den absoluten Zahlen, eine qualitative Übereinstimmung.

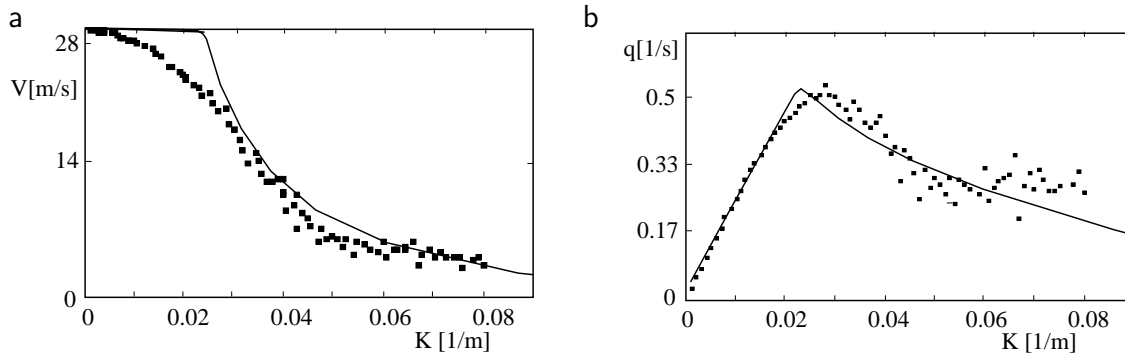


Abbildung 2: Mittlere Geschwindigkeit V (a) und mittlere Verkehrsstärke $q = K \cdot V$ (b) in Abhängigkeit von der Fahrzeugdichte K . Die Messung stammt aus [6]; die Modellresultate wurden unter Verwendung von $w = 110\text{km/h}$ berechnet.

Abweichungen treten bei der mittleren Geschwindigkeit, Abb. 2a, i.w. im Bereich des freien, nicht interagierenden Verkehrs auf. Sie lassen sich auf die einfache Randbedingung bei $w = 110\text{km/h}$ zurückführen. Zusätzlich zeigen Messungen i.a. gerade in diesem Bereich große Unterschiede [16, 4, 33, 10], da er i.w. durch individuelles Fahrerverhalten, Fahrzeuge unterschiedlicher Geschwindigkeitsleistung und mögliche Richtgeschwindigkeiten beeinflusst wird. In der Verkehrsstärke, Abb. 2b, zeigen sich die Unterschiede in einer Verschiebung des Maximums hin zu niedrigeren Fahrzeugdichten. Die Modellkurve zeigt

eine typische λ -Form, wie sie auch von anderen Modellen vorhergesagt wird [3, 33, 21]. Ein Vergleich mit dem vom Autor vorherentwickelten, einfachen Schwellwertmodell, [23], zeigt, daß diese Form durch die relativgeschwindigkeitsabhängige Beschleunigungsänderung auf der zweiten Schwelle H_2 hervorgerufen wird.

Abb. 3 vergleicht die Geschwindigkeitsverteilungen für unterschiedliche Fahrzeugdichten. Während Lage und Form der Verteilungen qualitativ mit denen der Messung übereinstimmen, zeigt i.b. die Streuung qualitative Unterschiede. Alle Verteilungen sind schmaler als die gemessenen und geben damit Anlaß die Kalibrierung des Interaktionsmodells in Hinblick auf diese Größe nochmals zu überprüfen. Die drastischen Unterschiede im Bereich des freien Verkehrsflusses sind auch hier wieder auf die Randbedingung zurückzuführen.

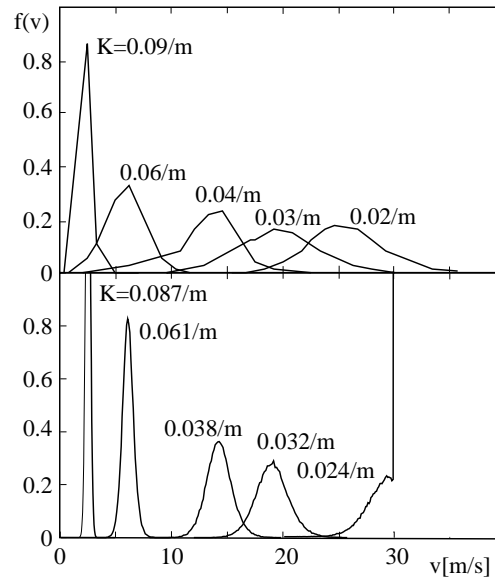


Abbildung 3: Geschwindigkeitsverteilungen für unterschiedliche Fahrzeugdichten K . Oben: gemessene Verteilungen nach [6], unten: Modellverteilungen. Die Randbedingung bei $w = 110\text{km/h}$ führt zu der δ -förmigen Ergänzung der Verteilung bei $K = 0,024/\text{m}$.

Abb. 4 zeigt die Beschleunigungsstreuung σ_a (acceleration noise, ACN), wie sie vom Modell vorhergesagt wird, im Vergleich mit Messung [31]. Die Maximalgeschwindigkeit im Modell wurde der, der Messung zugrunde liegenden von $w = 140\text{km/h}$ angepaßt. Während bei geringen Fahrzeugdichten auch hier die Streuung durch die gewählte Randbedingung verschwindet, zeigt sie bei ca. $K = 0,02/\text{m}$ einen steilen Anstieg. Dieser Anstieg re-

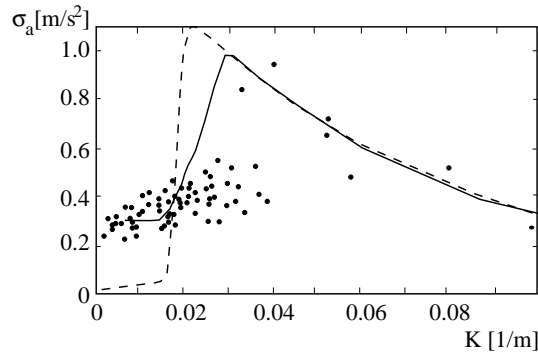


Abbildung 4: Beschleunigungsstreuung (ACN) σ_a in Abhängigkeit von der Fahrzeugdichte K . Die Meßwerte stammen von [31], die gebrochene Linie vom Modell mit Randbedingung bei $w = 140\text{km/h}$ und die durchgezogene Linie vom Modell mit Interaktionen bei großen Abständen.

präsentiert den Übergang vom freien Verkehrsfluß zum interaktionsorientierten. Bei hohen Fahrzeugdichten nimmt dann die Streuung erwartungsgemäß wieder ab. Das Modell zeigt qualitativ das gleiche Verhalten wie die Messung oder anderer Modelle [14]. Wesentliche Abweichungen zur Messung treten für $K < 0,03/\text{m}$ auf. Sie sind zum einen wieder auf die Randbedingung zurückzuführen. Zum anderen gibt die unterschiedliche Lage der Maxima Anlaß, das Interaktionsmodell bei großen Abständen zu überprüfen. Dies soll im nächsten Abschnitt kurz erläutert werden.

4 Modifikation des Modells für große Fahrzeugabstände

Schon frühe Fahrzeugfolgemessungen zeigten, daß das Fahrerverhalten bei großen Abständen durch die Relativgeschwindigkeit bestimmt wird [2]. Im oben beschriebenen Modell wurde daher eine relativgeschwindigkeitsabhängige Beschleunigung auf der zweiten Interaktionsschwelle eingeführt. Die Rate Q wurde dabei abstandsbezogen belassen. Nun wird das Interaktionsprofil derart erweitert, daß oberhalb eines bestimmten Wertes $H_{\max} = H_2(v_{\max})$ die Rate nicht mehr abstandsbezogen, sondern relativgeschwindigkeitsbezogen ist,

$$Q(v > v_{\max}, \bar{v}) = r_0 |\bar{v} - v|. \quad (6)$$

Für Fahrzeuggeschwindigkeiten unterhalb v_{\max} bleibt das Modell unverändert, allerdings entfällt die Randbedingung bei $v = w$. Die Konstante r_0 wird unten bestimmt. Die Beschleunigungsänderung, gegeben durch σ ist nun ebenfalls ausschließlich geschwindigkeits-

bezogen. Da die genaue Struktur dieser Größe im freien Verkehrsfluß nicht bekannt ist, die Absolutwerte aber aufgrund der Messung Abb. 4 und [31] um $0,3\text{m/s}^2$ schwanken, wird ein einfaches zweiwertiges Modell verwendet

$$\sigma(a|v > v_{\max}, \bar{v}) = \begin{cases} \delta(a - a_0) & \text{für } v \leq \bar{v} \\ \delta(a + a_0) & \text{für } v > \bar{v} . \end{cases} \quad (7)$$

Die Abstandskorrelationsfunktion ist nun nur noch bis H_{\max} gültig, d.h. in der zweiten Gleichung von System 5 muß im Integral ∞ durch H_{\max} ersetzt werden. Des weiteren muß $-a_0$ aus dem Abstandsbereich M_2 in den Bereich M_3 verschoben werden.

Ein Verkehrsfluß ausschließlich auf der Basis dieses einfachen Interaktionsprofils wurde in [25] analytisch berechnet und ergab normalverteilte Geschwindigkeiten, wobei die mittlere Geschwindigkeit freier Parameter ist und die Streuung durch $\sigma_v = \sqrt{\sigma_a/r_0}$ mit $\sigma_a = a_0$ gegeben ist. Wählt man $v_{\max} = w - 4\sigma_v$ als die untere Grenze des $4\sigma_v$ -Intervalls der Normalverteilung und bestimmt σ_a und σ_v aus dem freien Fluß $K \approx 0$, d.h. $\sigma_a = 0,3\text{m/s}^2$ und näherungsweise $\sigma_v = 0,5\text{m/s}$, so ergibt sich $r_0 = 1,2/\text{s}$. Die Geschwindigkeitsstreuung wird hier für einen festen Fahrer/Fahrzeugtyp bei $K \approx 0$ angenommen. Dies ist notwendig, da unterschiedliche Fahrer/Fahrzeugtypen, die i.b. die Geschwindigkeitsstreuung im freien Fluß stark vergrößern können, bisher nicht im Modell enthalten sind. Wird dieses Interaktionsprofil in Gl. 2 eingesetzt, so erhält man die notwendige Größe Σ für die Computersimulation. Abb. 5 zeigt, daß der Einfluß dieser Profiländerung auf die mittlere

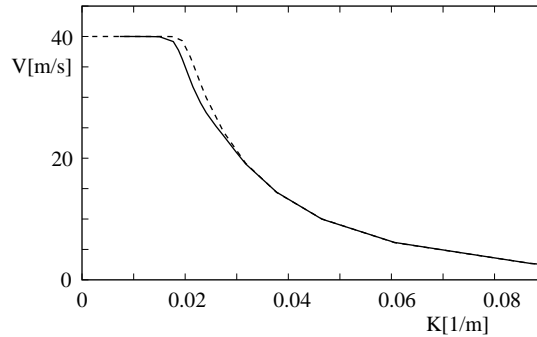


Abbildung 5: Fahrzeugdichteabhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit mit Randbedingung bei $w = 140\text{km/h}$ (gebrochene Linie) und mit Ferninteraktion (durchgezogene Linie).

Geschwindigkeit klein ist, aber der Trend einer Absenkung kurz vor Beginn des freien Flusses durch zusätzliche, abstandsunabhängige Interaktionen in die richtige Richtung weist.

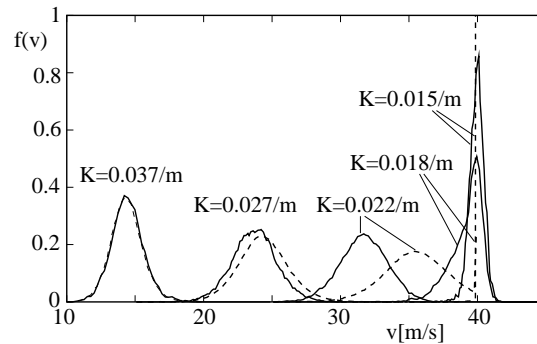


Abbildung 6: Geschwindigkeitsverteilung mit Randbedingung bei $w = 140\text{km/h}$ (gebrochene Linien) und mit Ferninteraktion (durchgezogene Linien).

Der Einfluß dieses neuen Profils auf die Geschwindigkeitsverteilung ist auf Fahrzeugdichten oberhalb $K \approx 0.027/\text{m}$ beschränkt (Abb. 6). Insbesondere zeigen die Verteilungen beim Übergang vom abstandsbezogenen Interaktionsmodell hin zum relativgeschwindigkeitsbezogenen eine nichtverschwindende, negative Schiefe. Auswertungen von Messungen bzgl. dieser Größe zeigen dagegen keinen Mittelwert ungleich Null, was allerdings auch auf die hohe Streuung der Meßwerte bei geringen Fahrzeugdichten zurückgeführt werden kann [7].

Den Einfluß des erweiterten Interaktionsprofils auf die Beschleunigungsstreuung ist in Abb. 4 zu sehen. Wie vorausgesetzt, ergibt sich bei geringen Fahrzeugdichten $\sigma_a(K \rightarrow 0) = 0.3\text{m/s}^2$. Der Anstieg der Streuung im Übergangsbereich ist geringer und führt damit zu einer Rechtsverschiebung des Maximums und zu einer besseren Übereinstimmung mit der Messung.

Die Ergänzung der Interaktion zeigt eine bessere Übereinstimmung der Simulationswerte mit den Messungen. Da zusätzlich die Randbedingung bei $v = w$ entfällt und damit der freie Fluß konsistent aus dem Profil erzeugt wird, erscheint dieser Ansatz als notwendige Ergänzung. Er liefert eine normalverteilte Wunschgeschwindigkeit, allerdings bisher unter der Annahme eines für alle Fahrer gleichen Verhaltens. Um das Modell auf Fahrer mit unterschiedlichen Verhaltensmustern zu erweitern, was i.b. im freien Verkehrsfluß zu breiten oder sogar multimodalen Geschwindigkeitsverteilungen führt, wurde die Idee der Klassifizierung in der Literatur entwickelt [11]. Die Anwendung dieser Vorgehensweise auf das hier vorgestellte Modell und den Einfluß auf die Streuergößen ist zur Zeit in Entwicklung.

5 Zusammenfassung

1. In diesem Artikel wurde ein mesoskopisches Verkehrsflußmodell mit einem Interaktionsprofil, bestehend aus zwei Abstandsschwellwerten vorgestellt und einige seiner Ergebnisse im stochastischen Equilibrium mit Messungen aus der Literatur verglichen. Das Modell fußt auf einer Boltzmannartigen Mastergleichung, welche die Interaktion als Beschleunigungssprung darstellt. Die Lösung der Gleichung wurde mittels einer Monte-Carlo-Methode durchgeführt.
2. Die Fahrzeugdichteabhängigkeit der Geschwindigkeitsgrößen, i.b. der mittleren Geschwindigkeit und der Verkehrsstärke, sowie der Geschwindigkeitsverteilungen zeigt qualitative Übereinstimmung mit den Messungen. Abweichungen treten i.b. beim Übergang in den freien Verkehrsfluß ohne Interaktionen auf. Dies wird i.w. bedingt durch die im Modell eingeführte Randbedingung einer Maximalgeschwindigkeit für alle Fahrzeuge. Der Graph der Verkehrsstärke zeigt eine typische λ -Form. Dies ist auf die Relativgeschwindigkeitsabhängigkeit der Beschleunigungsänderung auf der entfernteren Abstandsschwelle zurückzuführen. Der Maximalwert von 2200 Fahrzeugen pro Stunde ist mit dem der Messung vereinbar. Die Geschwindigkeitsverteilungen besitzen eine Gaußsche Form, allerdings ist ihre Breite signifikant kleiner als die der gemessenen Verteilungen.
3. Die Beschleunigungsstreuung zeigt den auch in der Messung vorhandenen charakteristischen Übergang vom freien Verkehrsfluß hin zum gebundenen. Auch hier sind die Unterschiede zwischen dem Modell und der Messung im Bereich des freien Flusses am größten.
4. Das Interaktionsmodell wurde um eine relativgeschwindigkeitsabhängige Rate, die bei großen Fahrzeugabständen zum Tragen kommt erweitert. Die Maximalgeschwindigkeit als Randbedingung für alle Fahrzeuge entfällt. Diese Ergänzung führt zu einer besseren Übereinstimmung zwischen Modellgrößen und beiden Messungen.

Literaturverzeichnis

- [1] Chapman, S. & T. G. Cowling, 1970, *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, (Cambridge University Press, Cambridge).
- [2] Evans, L. & R. Rothery, 1973, Experimental measurements of perceptual thresholds in car-following, *Highway Research Record* **464**, 13.
- [3] Hall, F. L., L. Allen & M. A. Gunter, 1986, Empirical analysis of freeway flow-density relationships, *Transpn. Res. A* **20A**(3), 197.

- [4] Hall, F. L. & W. Brilon, 1994, Comparison of uncongested speed-flow relationships using data from German autobahns and North American freeways, *National Research Council / Transportation Research Board* **1457**, 35.
- [5] Helbing, D., 1995, Theoretical foundation of macroscopic traffic models, *Physica A* **219** 375.
- [6] Helbing, D., 1996, Derivation and empirical validation of a refined traffic flow model, *Physica A* **233**, 253.
- [7] Helbing, D., 1997, *Verkehrsdynamik*, (Springer, Heidelberg, Berlin).
- [8] Helbing, D., 1999, Derivation, properties, and simulation of a gas-kinetic-based, nonlocal traffic model, *Phys. Rev. E* **59**(1), 239.
- [9] Helbing, D., 2001, Traffic and related self-driven many-particle systems, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 1067.
- [10] Helbing, D., A. Hennecke, V. Shvetsov & M. Treiber, 2002, Micro- and macro-simulation of freeway traffic, *Math. Comput. Model.* **35**, 517.
- [11] Hoogendoorn, S., 1999, *Multiclass Continuum Modelling of Multilane Traffic Flow*, (Delft University Press).
- [12] Klar, A. & R. Wegener, 1999, A hierarchy of models for multilane vehicular traffic I+II, *SIAM J. Appl. Math.* **59**(3), 983, 1002.
- [13] Koppa, R., J., 1998, Human factors, in *Traffic Flow Theory, Update of Report 165*, edited by N. Gartner, C. J. Messer & A. K. Rathi, chapter 3, TRB Committee A3A11, URL: stargate.ornl.gov/trb/tft.html.
- [14] Kühne, R., H., 1987, Freeway speed distribution and acceleration noise – calculations from a stochastic continuum theory and comparison with measurements, in *Transportation and Traffic Theory*, edited by N. H. Gartner & N. H. M. Wilson, Elsevier Publ., pp. 119.
- [15] Landau, L. D., E. M. Lifschitz & L.P. Pitajewski, 1983, *Lehrbuch der Theoretischen Physik Bd. X: Physikalische Kinetik*, (Akademie-Verlag, Berlin).
- [16] Leutzbach, W., 1988, *Introduction to the Theory of Traffic Flow*, (Springer, Heidelberg, Berlin).
- [17] May, A. D., 1990, *Traffic Flow Fundamentals*, (Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey).
- [18] Nelson, P., 1995, A kinetic model of vehicular traffic and its associated bimodal equilibrium solutions, *Transp. Theory Stat. Phys.* **24**(1-3), 383.

- [19] Pavari-Fontana, S. L., 1975, On Boltzmann-like treatments for traffic flow: a critical review of the basic model and an alternative proposal for dilute traffic analysis, *Transpn. Res.* **9**, 225.
- [20] Prigogine, I. & R. Herman, 1971, *Kinetic Theory of Vehicular Traffic*, (Elsevier, New York).
- [21] Treiber, M. & D. Helbing, 2003, Memory effects in microscopic traffic and wide scattering in flow-density data, *cond-mat*, URL: arXiv.org **0304337**.
- [22] Underwood, R., T., 1968, Acceleration noise and traffic congestion, *Traffic Engin. & Control* **10**, 120.
- [23] Waldeer, K. T., 2001, A mesoscopic traffic flow model based on a stochastic acceleration jump process, in *Proc. 18th Dresden Conf. on Traffic and Transportation Science*, Faculty of Traffic and Transportation Sciences 'Friedrich List', Dresden University, CD-ROM.
- [24] Waldeer, K. T., 2001, Numerical investigation of a mesoscopic vehicular traffic flow model based on a stochastic acceleration process, submitted, preprint can be found on the author's home page.
- [25] Waldeer, K. T., 2001, A vehicular traffic flow model based on a stochastic acceleration process. submitted, preprint can be found on the author's home page.
- [26] Waldeer, K. T., 2002, A numeric investigation of a vehicular traffic flow model based on a stochastic acceleration process, in *Proc. Europ. Conf. on Computational Physics (CCP 2001)*, edited by N. Attig, R. Esser & M. Kremer, volume of *Comput. Phys. Commun.* **147**, 650.
- [27] Waldeer, K. T., 2003, The direct simulation Monte Carlo method applied to a Boltzmann-like vehicular traffic flow model, *Comput. Phys. Commun.*, in press.
- [28] Waldeer, K. T., 2003, in preparation.
- [29] Wegener, R., & A. Klar, 1996, A kinetic model for vehicular traffic derived from a stochastic microscopic model, *Transp. Theory Stat. Phys.*, **25**(7),785.
- [30] Wiedemann, R., 1974, *Simulation des Straßenverkehrsflusses*, Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen der Universität Karlsruhe.
- [31] Winzer, T., 1979, *Beschleunigungsverteilungen von Fahrzeugen auf zweispurigen BAB-Richtungsfahrbahnen*, PhD thesis, Universität Karlsruhe, Germany.
- [32] Witte, S., 1996, *Simulationsuntersuchungen zum Einfluß von Fahrerverhalten und technischen Abstandsregelsystemen auf den Kolonnenverkehr*, PhD thesis, Universität Karlsruhe, Germany.
- [33] Wu, N., 2000, Verkehr auf Schnellstraßen im Fundamentaldiagramm – Ein neues Modell und seine Anwendungen, *Straßenverkehrstechnik* **8**, 378.